

研究主題 「深い学びの実現に向けた学習過程の工夫」～数学科を軸とした各教科における見方・考え方を働かせた授業づくりを通して～

単元を貫く問い

事象における二つの変数(未知数)を能率的に求めるには、どうすればよいのだろうか? ~解決過程を振り返り、事象に即して解を吟味する~

この単元と関連した領域の付いている力(◆)と内容(・)

【小学校第6学年まで】

◆数とその表現や計算の意味に着目し、発展的に考察して問題を見いだすとともに、目的に応じて多様な表現方法を用いながら数の表し方や計算の仕方などを考察する力

【第1学年】

◆数の範囲を拡張し、数の性質や計算について考察したり、文字を用いて数量の関係や法則などを考察したりする力

◆等式の性質を基にして、一元一次方程式を解く方法を考察し表現したり、一元一次方程式を具体的な場面で活用したりする力

・正の数・負の数 ・文字を用いた式 ・一元一次方程式

数学的活動

日常事象や数学の事象における数量関係について、二つの変数を用いた式や数学的な表現を用いて論理的に説明し伝え合う活動

日常事象を数理的に捉え、連立方程式を用いて問題を解決したり、得られた結果の意味を事象に即して解釈したりする活動

数学の事象から問題を見だし、連立方程式を使って問題を解決した過程や結果を振り返って、統合的・発展的に考察する活動

本単元の目標

連立二元一次方程式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができる。

学びに向かう力、人間性等

- ・連立二元一次方程式のよさを実感して粘り強く考えようとしている態度。
- ・連立二元一次方程式について学んだことを生活や学習に生かそうとする態度。
- ・連立二元一次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って、評価・改善しようとする態度。

思考力・判断力・表現力等

- ・一元一次方程式と関連付けて、連立二元一次方程式を解く方法を考察し表現すること。
- ・連立二元一次方程式を具体的な場面で活用すること。

知識及び技能

- ・二元一次方程式とその解の意味を理解すること。
- ・連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。
- ・簡単な連立二元一次方程式を解くこと。

評価規準

- 【知】・二元一次方程式とその解の意味を理解している。
・連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解している。
・連立二元一次方程式をつくることのできる。
・二つの二元一次方程式に数を代入して、連立二元一次方程式の解であるかどうかを確かめることのできる
- 【思】・連立二元一次方程式を変数が満たすべき条件と捉え、二つの条件が成り立つ変数の値の組を求める方法を考察し、表現することのできる。
- 【主】・連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を考えようとしている。

- 【知】・加減法や代入法による連立二元一次方程式の解き方を理解している。
・加減法や代入法を用いて、連立二元一次方程式を解くことのできる。
- 【思】・一元一次方程式と関連付けて、連立二元一次方程式を解く方法を考察し表現することのできる。
・連立二元一次方程式を解く過程を振り返り、加減法や代入法の共通点や相違点を考えている。
- 【主】・一元一次方程式に帰着させて、連立二元一次方程式の解き方を考えようとしている。

- 【知】・連立二元一次方程式を活用して問題を解決する方法について理解している。
・問題の中の数量やその関係を文字を用いた式で表し、それを基にしてつくった連立方程式を解くことのできる。
- 【思】・連立二元一次方程式を具体的な場面で活用することのできる。
- 【主】・連立二元一次方程式について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。
・連立二元一次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って、得られた結果を意味付けたり活用したりしようとしている。

見方・考え方を働かせている生徒の姿

・事象の中の数量や数量の相等関係に着目して、二つの条件を数学的な表現(表・式・線分図・アレイ図等)を用いて考察しようとしている姿

・式の形や係数の関係に着目し、既習の一元一次方程式に帰着させてよりよい解決方法を考えたり統合的・発展的に考えたりしている姿

・解決の過程や得られた結果に着目し、解決の過程や結果を振り返り条件に即して意味付けたり条件変更して活用したりしている姿

この単元からつながっている領域の付きたい力(◆)と内容(・)

【第3学年】

- ◆数の範囲に着目し、数の性質や計算について考察したり、文字を用いて数量の関係や法則などを考察したりする力
- ◆因数分解や平方根の考えを基にして、二次方程式を解く方法を考察し表現したり、具体的な場面で二次方程式を用いたり考察し活用する力
- ・平方根 ・多項式 ・二次方程式

生徒の実態と指導観

本学級の生徒は、第1学年での単元テスト(方程式)において、「方程式を解く技能」についてはある一定の定着が見られた。しかし、分数の混じった方程式は正答率が低くなり、分数の処理や等式の性質の理解が十分とはいえない。また、方程式を具体的な場面で活用する際、数量の関係を見つけることや文字を使った式で表現することに課題が見られた。

本単元では、連立二元一次方程式を解く方法を考察する際に、二つの文字のうち一方の文字を消去し解決する方法を、1年生で学習した一元一次方程式に帰着して生徒自身に見いださせていきたい。本単元を通して新しい問題の場面に直面したときに、既習の考え方に帰着させて考察することを常に生徒に意識させたい。また、連立方程式を活用するには立式の段階が重要であり、数量の関係を捉えて、ある特定の量に着目して式をつくる課程を丁寧に指導していく。そのために、捉えた数量を表や線分図で表してその関係を明らかにしたりするなど、問題の中の数量関係を表や図に整理し、それらを基に立式するプロセスを丁寧にやりたい。

本時における指導では、連立三元一次方程式を解く方法を見いだしていく。その際、文字を消去して解を求める過程で一元一次方程式に帰着させたいが、二元一次方程式にしか変形できないことから、連立二元一次方程式と連立三元一次方程式を比較し、文字の数と式の数的一致しないことや解が求められないことに気付かせていきたい。そのために、始めは条件不足である連立三元一次方程式を考え、解が求められないことから新たな問いを見だし、もう一つ条件が必要であることに気付かせ、連立三元一次方程式のどの文字を消去してするかを考察し、よりよい解法につなげたい。また、解を求めることだけでなく、解法の手順を論理的に説明する活動を大切に、論証への素地を構築していきたい。

6/25 (木) bjリーグ(バスケット) 富樫選手 1試合で合計19本 35得点もあげる!

問題
3P, 2P, 1Pをそれぞれ何本決めたのかな?
3Pの本数...x
2Pの本数...y
1Pの本数...z

めあて
文字が3つのとき 解が1つに決まるには、どうすればいい?
①-② (zを消去)
x+y+z=19...①
3x+2y+z=35...②
-2x-y=-16
2元1次方程式 ※解が無数にある

振り回り
x+y+z=19
3x+2y+z=35
解が無数にある

まとめ
文字の数と式の数が一致すると解が1つに決まる。
文字を消していく
最後は1元方程式に変形していく。
(4元 → 3元 → 2元 → 1元)

3元
x+y+z=19...①
3x+2y+z=35...②
y=2x...③
③を①と②に代入

2元
3x+z=19...④
7x+z=35...⑤
④-⑤
-4x=-16
x=4
y=8
z=7

※今日は、2Pの本数は3Pの本数の2倍!

◎深い学びの実現に向けた「問題」と「めあて」の工夫
本時の学習では、連立二元一次方程式の理解を深めるために、連立三元一次方程式を課題として取り上げる。三つの変数(未知数)を求めるきっかけとして、プロバスケットプレイヤーの富樫選手の映像からシュートの本数と得点に着目させ「問題」へとつなげていく。また、文字を使って連立方程式をつくるが、既習とのズレを生徒が実感し、連立三元一次方程式の解が一つに決まるための条件に目を向けることで「めあて」へとつなげたい。

◎教科の見方・考え方を働かせて課題解決させる手立て
文字を消去して解を求める過程で、一元一次方程式に帰着させたいが二元一次方程式にしか変形できないことから、文字の数と式の数が一致しないと解が求められないことに気付かせたい。そのために、始めは条件不足である連立三元一次方程式を考え、解が無数にあることから新たな条件(式)があることに気づき、連立三元一次方程式の解法につなげていきたい。また、解決過程を振り返り解が一つに決まるために必要なことを考えさせる場面を設定し、まとめの言葉を生徒から引き出していきたい。

問題・めあての共有・個人思考

全体共有

まとめ・振り返り

T 日本のプロバスケットボールリーグを知っていますか?
S 知っています。bjリーグです。
※映像視聴
T bjリーグ初の1億円プレイヤー富樫勇樹選手は昨年、1試合で合計19本のシュートを決めて今季最多の35得点をあげています。
S すごいな。3Pは何本決めたのかな?
問題: 3P, 2P, 1Pをそれぞれ何本決めたのかな?
※個人思考
T どのように考えましたか?
S それぞれ決めたシュートの本数を文字を使って表しました。
S 文字を使って方程式を作りました。
S 式はできたけど、解けない。
T 今まで学習した式と何が違う?
S 文字が三つある。
S 加減法を使ってもzしか消去できない。
S 文字が二つ残ってしまう。
S 二元一次方程式だと解が無数にある。
S もう一つ文字を消去したいのに・・・
T どうしたら、解が一つに決まるかな?

めあて: 文字が3つのとき、解が1つに決まるにはどうすればいい?
※個人思考
S 問題の条件がたりないんじゃない?
T他にどんな情報があればいいかな?
S 三つ目の条件がいると思う。
S xとyの式が、もう一つあれば解ける。
T xとyの式は、問題場面では、どんなことを表していますか?
S 2Pと3Pの本数です。
S 2x+3yにしたら、2Pと3Pの得点の関係です。
T それでは、どんな条件があれば解が一つに決まりますか?
S 2Pと3Pの本数の関係が知りたいです。
T 2Pの本数は3Pの本数の2倍になっています。
S これで、文字を消去して解を求められます。
T では、3P, 2P, 1Pをそれぞれ何本決めたか求めて、求め方をノートに書きましょう。
※個人思考

T 3P, 2P, 1Pをそれぞれ何本決めましたか?
S 3Pは4本、2Pは8本、1Pは7本です。
T どのように求めたのか隣同士で説明してください。
※ペアで交流の後、全体共有
T どのように解いたのか説明してください。
S ③を①と②に代入してyを消去しました。
S ④-⑤を計算し、zを消去してxの値を求めます。
S ④の式に代入し、zの値を求めます。
S xとzの値を①の式に代入し、yの値を求めます。
T 今回、文字が三つの連立方程式を考えました。始めは解を求めることができなかったのに、解が求めることができたのはなぜですか?
S 新しい条件が加わったからです。
T 文字が三つの連立方程式で、解を一つに決めるためには、どうすればいいですか?
S 文字が三つなら式も三つないと解けないと思う。
S 文字が三つで、式が二つしかない文字を一つ消去しても二元一次方程式にしかならないからね。
S 文字が三つの連立方程式で、解を一つに決めるためには、式が三つあります。
T 三つの式を比較してみると、どんなことが言えそうかな?
(文字の数と式の数には、どんな関係がありそう?)
S 文字の数と式の数が同じときに、連立方程式の解が一つに決まると思います。

T 今日の学習を振り返って、どんなことがわかった?
S 文字が三つの連立方程式を解くには、式が三つある。
S 文字の数と式の数が同じになると解が一つに決まります。
T 文字が三つ、四つと増えた連立方程式は、どのように解いていけばよいですか?
S 代入や加減法を使って、文字を一つずつ消去していった一元一次方程式にすれば解けます。
S 文字が増えても、考え方は同じですね。

まとめ
・文字の数と式の数が一致すると解が1つに決まる。
・文字を消去していき一元一次方程式にすると解ける。
(四元 ⇒ 三元 ⇒ 二元 ⇒ 一元一次方程式)

T 次の連立方程式は解が一つに決まるかな?
S 文字が三つで式が三つあるので、解は一つに決まりそうです。
S でも、消去するのが難しそうだな。
S 加減法で文字を一つずつ消去したらいいと思うけど...
T 途中式がどうなるのか、また考えてみましょう。

<指導上の留意点>
・等しい数量関係(条件)に着目させて式をつくらばよいことに気付かせる。(本数と得点: 二つの条件)

<指導上の留意点>
・解が無数にあることから、問題場面や計算して求めた連立二元一次方程式を観察して必要な新たな条件を考えさせる。

<指導上の留意点>
・解を求めた後に解決過程を振り返り、文字の数と式の数が一致する場合に解が一つに決まることに気付かせる。

<指導上の留意点>
・解決過程を振り返り、文字が増えても連立方程式の解くときの考え方は同じであることを気づかせる。

評価規準
・連立二元一次方程式と関連付けて、連立三元一次方程式を解く方法を考察し表現することができる【思考・判断・表現】

※ 「主体的・対話的で深い学び」を実現するための実践研究事業においては、学習指導要領(平成29年3月告示)に基づいた授業づくりを行っているため、育成すべき資質・能力の3本柱による目標及び評価を設定しています。